

APUNTES

ECONOMÍA FINANCIERA



Unión de Estudiantes de Ciencias Económicas | AECUC3M

TEMA 1 Introducción a los mercados financieros

1. Introducción a Finanzas

a) Concepto de Finanzas.

- i. Estudio de los procesos de inversión y financiación y el intercambio de fondos que estos procesos generan.

b) Áreas de estudio de las Finanzas.

- i. Valoración de activos: Decisiones de Inversión en activos reales y financieros.
- ii. Instituciones Financieras: Funcionamiento de las Instituciones que permiten el intercambio de fondos.
- iii. Financiación y Gobierno de las Empresas: Decisiones de financiación de las empresas.

2. Introducción a los mercados financieros

a) Los Activos Financieros.

- i. Activos **Reales**: Bienes tangibles e intangibles.
- ii. Activos **Financieros**: Contrato que da derecho a recibir un pago futuro a cambio de un pago presente.
 1. **Título de deuda** (Préstamo, bono, letra, pagaré...): Contrato que otorga a la parte compradora el derecho de recibir una corriente futura de pagos periódicos predeterminados.
 2. **Título de propiedad** (Acciones): Contrato que otorga a la parte compradora el derecho a:
 - a) Recibir dividendos.
 - b) Controlar las decisiones de la empresa mediante el ejercicio de los derechos de voto.
 3. **Productos Derivados**: No son activos propiamente dichos, sino apuestas sobre los valores futuros que tendrán los activos. Por ejemplo: Opciones de Compra o de Venta.

b) Tipo de Operaciones.

- i. **Operaciones de Compra**: Invertimos en activos financieros.
 1. Trasladar nuestra riqueza actual al futuro.
 2. El valor de un activo va a subir en el futuro.
- ii. **Operaciones de Venta**: Vendemos activos financieros.
 1. Trasladar nuestra riqueza futura al presente.
 2. El valor de un activo va a bajar en el futuro.



Unión de Estudiantes de Ciencias Económicas

- iii. **Venta en corto** (o Préstamo de Valores): Tomamos prestado un activo financiero para venderlo y recomprarlo más tarde cuando creemos que el valor de ese activo, que no poseemos, va a bajar.
- c) **Tipos de Mercados Financieros.**
 - i. **Concepto de Mercados Financieros:** Son mercados (físicos o no) donde se emiten y se intercambian activos financieros.
 - ii. **Clasificación:**
 - 1. Según su función:
 - a) **Mercados Primarios:** Mercados en los que se emiten los activos financieros y los agentes que los venden obtienen financiación.
 - b) **Mercados Secundarios:** Mercados de compra-venta o intercambio de activos ya emitidos entre los inversores. Dan liquidez a los activos financieros.
 - 2. Según el tipo de activos financieros negociados:
 - a) **Mercados de Deuda Pública o Privada.**
 - b) **Mercados de Acciones.**
 - c) **Mercados de Derivados.**
 - 3. Según el grado de regulación:
 - a) **Mercados no organizados y OTC (Over the Counter):** Mercados no regulados donde cada operación es única (no estandarizadas).
 - b) **Mercados organizados:** Mercados regulados donde las operaciones están estandarizadas y la liquidez es alta.
- d) **Agentes en los Mercados.**
 - i. **Inversor:** Persona o Institución que compra o vende activos financieros.
 - ii. **Especulador:** Persona o Institución que compra o vende activos financieros esperando movimientos favorables en los precios de los mismos.
 - iii. **Regulador:** Institución encargada de determinar las normas del funcionamiento de los mercados organizados.
 - iv. **Banco (Comercial):** Institución que ofrece depósitos a la vista y concede préstamos con los fondos obtenidos.
 - v. **Banco de Inversión:** Institución que ayuda a las empresas en sus procesos de financiación y emisión de títulos.
 - vi. **Analista:** Persona que estudia las características de los emisores de



马德里卡洛斯三世大学华人学生协会
ASOCIACION DE ESTUDIANTES CHINOS DE
LA UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID

Unión de Estudiantes de Ciencias Económicas

activos financieros para estimar el valor correcto de estos activos.

1. **Análisis Fundamental:** Estudio de los estados contables y de la situación de la empresa y su sector, calidad de la gestión, ventajas y problemas competitivos y posición relativa frente a sus competidores.
 2. **Análisis Técnico:** Estudio de los datos históricos de mercado de los activos de interés, principalmente los precios y el volumen.
- vii. **Trader:** Persona que compra o vende activos financieros.
- viii. **Broker:** Persona o agencia que intermedia una transacción entre un comprador y un vendedor.
- ix. **Gestor de un fondo de inversión colectivo:** Persona o Institución que gestiona el dinero de un conjunto de inversores que se agrega en un fondo con participaciones proporcionales.
- x. **Arbitrajista:** Persona que realiza operaciones de arbitraje. En los mercados financieros, los arbitrajistas suelen trabajar para los bancos de inversión y sociedades gestoras de fondos.
1. Una **oportunidad de Arbitraje** es una oportunidad de obtener un beneficio sin riesgo y sin necesidad de realizar ningún desembolso.



TEMA 2 Matemáticas Financieras

1. El Valor Temporal del Dinero y el Concepto de Interés.

a) Concepto de Valor Temporal del Dinero.

- i. El dinero tiene un valor temporal.
- ii. No es lo mismo 1 Euro de hoy que 1 Euro dentro de un año.

b) Capitalización Simple:

- i. **Concepto de Capitalización Simple:** En una inversión a capitalización simple, el pago de intereses se calcula como una proporción constante de la cantidad invertida. A esta proporción se le denomina **Tipo de Interés Nominal**.

- ii. **Fórmula de Aplicación:**

$$C_t = C_0 + i = C_0 + tC_0i = C_0(1 + ti)$$

Notaciones:

C_t : Valor Futuro

C_0 : Inversión Inicial

t : Tiempo

i : Intereses

- iii. **Concepto de Valor Futuro de una Inversión:** Es la cantidad a la que crecerá una inversión después de añadirle los intereses.

- iv. **Concepto de Interés:** Es la recompensa que recibe el prestamista (Quien presta el dinero).

- v. **Interés Simple Fraccionado.**

1. Se define como el equivalente del Interés simple anual de referencia.
2. Sería cuando los pagos de intereses se realizan al final de cada semestre o de cada mes.
3. Es indiferente pagar uno u otro pues el montante final a pagar es el mismo.
4. Fórmula de Aplicación:

$$i^* = \frac{i}{m}$$

Notación:

i^* : Interés Fraccionado



i: Interés Anual

m: Es el número de veces que se pagan intereses al año.

c) **Capitalización Compuesta:**

i. **Concepto de Capitalización Compuesta:**

1. Es el interés ganado sobre el capital inicial y sobre los intereses que se van devengando durante ese periodo.
2. En una inversión a tipo de interés compuesto, los intereses devengados son reinvertidos para obtener más intereses.
3. En la siguiente tabla se muestra cómo evolucionan los intereses en una inversión de n años a interés compuesto:

Año	Capital al principio del año	Intereses devengados durante el año
1	C_0	C_0i
2	$C_0 + C_0i = C_0(1+i)$	$C_0(1+i)i$
3	$C_0(1+i) + C_0(1+i)i = C_0(1+i)^2$	$C_0(1+i)^2i$
***	*****	*****

ii. **Fórmula de Aplicación:**

$$C_n = C_0(1+i)^{n-1} + C_0(1+i)^{n-1}i = C_0(1+i)^n$$

iii. Fórmula para calcular el **Valor Futuro de una inversión a interés compuesto durante n años** es:

$$C_n = C_0(1+i)^n$$

Donde $(1+i)^n$ es el **Factor de Capitalización** (La cantidad final que recibimos al prestar 1 euro de hoy hasta dentro de n años)

iv. Fórmula para calcular el **Valor Actual de una inversión a interés compuesto durante n años** es:

$$C_0 = \frac{C_n}{(1+i)^n} = \frac{1}{(1+i)^n} C_n$$



Unión de Estudiantes de Ciencias Económicas

Donde $\frac{1}{(1+i)^n}$ es el **Factor de Descuento** (Se corresponde con el valor actual de 1 euro recibido dentro de n años)

v. **Tipo de Interés compuesto fraccionado:**

$$C_0(1+i)^n = C_0(1+i_m)^{nm}$$

Notación:

n: Número de año correspondiente.

m: Número de veces que se pagan intereses al año.

2. El Valor Actual de Flujos de Tesorería Múltiples

a) Concepto General.

- i. Generalmente en una inversión no existe un único pago, sino que existen más.
- ii. Estos pagos o flujos de caja pueden ser: creciente, decrecientes, constantes o aleatorios.
- iii. Fórmula de Aplicación para el cálculo del VALOR ACTUAL TOTAL DE UNA SERIE DE PAGOS EN DIFERENTES MOMENTOS TEMPORALES:

$$\begin{aligned} VA &= VA(FC_1) + VA(FC_2) + \dots + VA(FC_n) \\ &= \frac{FC_1}{(1+i)} + \frac{FC_2}{(1+i)^2} + \dots + \frac{FC_n}{(1+i)^n} \end{aligned}$$

b) Valoración de Anualidades.

- i. Concepto:
 1. Anualidad es una serie de pagos periódicos ($A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$) crecientes hasta vencimiento según una regla $A_t = A_{t-1}(1+f)$.
- ii. Fórmula de Aplicación para el cálculo del VALOR ACTUAL DE UNA ANUALIDAD:

$$V_0 = A_1 \frac{1 - [(1+f)^N(1+i)^{-N}]}{i-f}$$



Unión de Estudiantes de Ciencias Económicas

iii. Anualidad Constante y Perpetua:

$$V_0 = \frac{A_1}{i}$$

iv. Anualidad Constante:

$$V_0 = A_1 \frac{1 - (1 + i)^{-N}}{i}$$

v. Valor Final de una Anualidad:

$$V_N = V_0(1 + i)^N$$

$$V_N = A_1 \frac{(1 + i)^N - (1 + f)^N}{i - f}$$

3. Amortización de Préstamos:

a) Concepto de Préstamo:

- i. Es un contrato por el cual un agente (Prestatario o deudor) obtiene durante un determinado periodo de tiempo la disposición de un capital perteneciente a otro agente (Prestamista o Acreedor), quedando obligado el agente que dispondrá del capital a devolver al final del periodo el capital más unos intereses.
- ii. Tipos de Préstamos:
 1. Con cuotas de amortización constantes.
 2. Con anualidades constantes.

b) Préstamos con cuotas de amortización constantes:

Año	Anualidad	Intereses	Cuota de Amortización	Total Amortizado	Capital por amortizar
0	0	0	0	0	10000
1	2600	600	2000	2000	8000
2	2480	480	2000	4000	6000
3	2360	360	2000	6000	4000
4	2240	240	2000	8000	2000
5	2120	120	2000	10000	0
	PASO 5	PASO 4	PASO 1	PASO 2	PASO 3



马德里卡洛斯三世大学华人学生协会
ASOCIACION DE ESTUDIANTES CHINOS DE
LA UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID

Unión de Estudiantes de Ciencias Económicas

PASO 1: Fijar la Cuota de Amortización Constantes.

PASO 2: Calcular la Amortización Acumulada.

PASO 3: Capital por Amortizar=Préstamo-Cuota de Amortización.

PASO 4: Se calcula mediante (Capital por Amortizar) * Tipo de Interés.

PASO 5: Anualidad=Cuota de Amortización+Cuota de Intereses.

c) Préstamos con anualidades constantes:

- i. En este caso, cada año la cuota total pagada debe ser constante.
- ii. Cálculo de la cuota constante que se va a pagar cada año: Igualando el valor actual de todos los pagos que realiza el prestatario a la cantidad inicialmente prestada por el prestamista.

$$\text{Capital Inicial} = C \frac{1-(1+i)^{-T}}{i}, \text{ siendo } C = \text{la anualidad constante.}$$

Año	Anualidad	Intereses	Cuota de Amortización	Total Amortizado	Capital por amortizar
0	0	0	0	0	10000
1	2374	600	1774	1774	8226
2	2374	493.6	1884.4	3654.4	6345.6
3	2374	380.7	1993.3	5647.7	4352.3
4	2374	261.1	2112.9	7760.6	2239.4
5	2374	134	2240	10000	0
	PASO 1	PASO 2	PASO 3	PASO 4	PASO 5



TEMA 3 El valor de una inversión: Introducción al VAN

1. El VAN y Fundamentos del VAN.
 - a) **Objetivo de las decisiones de inversión:** Maximizar el valor de la empresa, es decir, maximizar la riqueza del accionista.
 - b) El valor de una empresa hoy es el **valor de los flujos de caja de sus proyectos descontados.**
 - c) Criterios de Evaluación y Selección de proyectos de inversión:
 - i. **Métodos Estáticos:** Son aquellos que no tienen en cuenta el valor del dinero en el tiempo.
 1. Pay-Back o Plazo de Recuperación.
 2. Tasa de Rendimiento Contable.
 - ii. **Métodos Dinámicos:** Si van a considerar el valor del dinero en el tiempo.
 1. VAN (Valor Actual Neto).
 2. TIR (Tasa Interna de Rentabilidad).
 - d) El VAN.
 - i. Definición.
 1. Se define como la diferencia entre el valor actual de los flujos de caja futuros y el desembolso inicial necesario para realizar el proyecto.
$$VA = VA(FC_{\text{futuros}}) - D_0 = -D_0 + \sum_{t=1}^N \frac{FC_t}{(1+i)^t}$$
 2. Pasos a seguir ante la decisión de realizar o no un proyecto de inversión.
 - a) Realice una previsión de los flujos de tesorería incrementales generados por el proyecto a lo largo de toda su vida económica.
 - b) Calcule el coste de oportunidad del proyecto (Tasa de Descuento) teniendo en cuenta el valor del dinero en el tiempo y el riesgo asumido por el proyecto.
 - c) Descuento los Flujos de Caja al coste de oportunidad y reste la



Unión de Estudiantes de Ciencias Económicas

inversión inicial.

- d) Si el resultado es positivo invierta, si es negativo no invierta en ese proyecto.

ii. Propiedades del VAN.

- a) El VAN **reconoce el valor temporal del dinero**.
- b) El VAN depende únicamente de factores relevantes:
 - i. Coste de Oportunidad
 - ii. Flujos de tesorería esperados.
- c) El VAN cumple la propiedad de **aditividad**.
- d) El VAN es un buen criterio porque **maximiza el valor de la empresa** y por tanto, la riqueza de los accionistas.

iii. El VAN de una inversión.

1. El Valor Actual (VA) de un proyecto de inversión es el valor actual de los flujos monetarios incrementales netos futuros del proyecto.
2. El Valor Actual Neto (VAN) de un proyecto de inversión es la diferencia entre su valor actual y el coste inicial de implementar el proyecto. El VAN también se conoce como el valor actual o valor descontado de todos los flujos de caja del proyecto.

$$\begin{aligned}
 VAN &= -D_0 + VA \\
 &= FC_0 + \frac{FC_1}{(1+i_1)} + \frac{FC_2}{(1+i_2)^2} + \frac{FC_3}{(1+i_3)^3} + \dots \\
 &\quad + \frac{FC_n}{(1+i_n)^n}
 \end{aligned}$$

	t=0	t=1	t=2	t=3
Flujos. Increm.Netos	-743.000	1.284.000	1.284.000	1.293.500
Tipos de Interés Aplica.		10%	10%	10%
Valores Descontados	-743.000	1.167.000	1.061.000	972.000
VA		3.200.000		
VAN	2.457.000			

iv. Interpretación del VAN.



马德里卡洛斯三世大学华人学生协会
ASOCIACION DE ESTUDIANTES CHINOS DE
LA UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID

Unión de Estudiantes de Ciencias Económicas

1. **VAN=0:**
 - a) El valor presente de los flujos futuros que obtendremos es igual al coste inicial.
 - b) La rentabilidad que podemos esperar de esa inversión nos compensa exactamente del nivel de riesgo que hemos asumido.
 2. **VAN>0:**
 - a) El valor presente de los flujos futuros que obtendremos es superior al coste inicial.
 - b) Podemos esperar de esa inversión una rentabilidad extraordinaria por encima de la mínima que nos compensaría por el nivel de riesgo que hemos asumido.
 3. **VAN<0:**
 - a) El valor presente de los flujos futuros que obtendremos es inferior al coste inicial.
 - b) La rentabilidad esperada de esa inversión está por debajo de la mínima que nos compensaría por el riesgo a asumir.
 4. La regla de Oro es **Adoptar todos los proyectos con $VAN \geq 0$, y rechazar los proyectos con $VAN < 0$.**
 5. Todos los inversores quieren maximizar su riqueza y compiten por las mejores oportunidades de inversión.
 - a) Cuando aparece una oportunidad con VAN positivo, muchos inversores estarán interesados y el efecto de la competencia hará subir el coste inicial o precio de la misma.
 - b) Si no hay barreras a la entrada, el proceso de competencia continuará hasta que el VAN llegue a 0.
 6. Hay diferencias importantes entre las inversiones en activos reales y las inversiones en activos financieros:
 - a) Mercados de Activos Reales: Hay muchas barreras a la entrada y hay potencialmente muchas inversiones con VAN positivo.
 - b) Mercados Financieros: Hay pocas barreras a la entrada y el VAN de las inversiones financieras tiende a 0 muy rápidamente.
2. La TIR y otras técnicas de inversión alternativas.
- a) El plazo de Recuperación de la Inversión (Pay-Back).
 - i. El Pay-Back es **el número de años que han de transcurrir para que la suma de los flujos de caja futuros iguale al flujo negativo inicial.**



Unión de Estudiantes de Ciencias Económicas

- ii. La idea es aceptar sólo proyectos con plazo de recuperación **menor que K años**.
- iii. Este criterio es incorrecto:
 - 1. **No tiene en cuenta** el valor temporal de los flujos que ocurren antes que K.
 - 2. **Ignora** los que ocurren después de K penalizando los proyectos a Largo Plazo.

	T=0	T=1	T=2	T=3	T=4	Pay-Back
Proyecto A	-2.0	2.30	0.00	0.00	0.00	1
Proyecto B	-2.0	1.25	1.25	1.25	1.25	2

b) Pay-Back Descontado.

- i. Una inversión mejorada del Pay-Back calcula el número de años que han de transcurrir para que **la suma de los flujos de caja futuros descontados iguale al flujo negativo inicial**.
- ii. En este caso se tiene en cuenta el valor temporal de los flujos que ocurren antes que K pero seguimos ignorando los que ocurren después de K y se penaliza todavía más la inversión a largo plazo.

	T=0	T=1	T=2	T=3	T=4	Pay-Back
Proyecto A	-2.0	2.10	0.00	0.00	0.00	1
Proyecto B	-2.0	1.1	1.0	0.9	0.9	2

- iii. ¿Por qué se emplea el Pay-Back?
 - 1. La **incertidumbre** hace difícil estimar flujos de caja lejanos, especialmente en entornos muy cambiantes y de alta inflación.
 - 2. Si hay **restricciones de capital**, hay que generar flujos de caja rápidamente para poder iniciar nuevos proyectos.
 - 3. Es atractivo para los gestores si son **evaluados en el corto plazo**.
- c) La Tasa Interna de Rentabilidad (TIR).
 - i. Es la **tasa de descuento que hace que la función VAN del proyecto**



tome el valor cero.

ii. Fórmula de Aplicación:

$$FC_0 + \frac{FC_1}{(1 + TIR)} + \frac{FC_2}{(1 + TIR)^2} + \frac{FC_3}{(1 + TIR)^3} + \dots + \frac{FC_n}{(1 + TIR)^n} = 0$$

iii. Regla de Decisión:

1. Aceptamos el proyecto si la tasa de referencia es inferior a la TIR:
TIR > r
2. En muchos casos, el criterio TIR equivale al VAN, pero en algunos casos VAN y TIR no son equivalentes.
3. Aunque el empleo del VAN es más sencillo y siempre ofrece la solución correcta, la tendencia a usar tasas de rentabilidad para resumir las inversiones en un único número hace que en muchas empresas se calcule y comunique la TIR.



TEMA 4 Caracterización de los activos y carteras:

Rentabilidad riesgo

1. Valoración de Acciones.

- a) Podemos calcular el Valor de una acción de diferentes formas o v ás:
- Valor Contable:** Es la valoración Neta de la empresa, atendiendo al balance. (Neto = Activos-Pasivos). Es el capital aportado por los accionistas más los beneficios reinvertidos.
 - Valor de Liquidación:** Ser á la tesorer á obtenida si se venden todos los activos de la empresa y se paga a los acreedores. Ser á la cantidad de euros por acción que una empresa podr á conseguir si cierra y liquida todos sus activos (mercado de segunda mano).
 - Valor de Mercado:** Es el precio de la acción en el mercado secundario. Es lo que los inversores valoran esa empresa. Estos valoran:
 - La capacidad de la empresa de generar beneficios.
 - Posibles activos intangibles (I+D).
 - Expectativas futuras de crecimiento de beneficios.
- b) Podemos valorar las acciones como cualquier otro activo financiero calculando el VALOR ACTUAL de los flujos de caja esperados para el futuro.

c) **Rentabilidad obtenida en un periodo por una acción:**

$$R_t = \frac{DIV_1 + P_1 - P_0}{P_0}$$

d) **El Valor Actual de una acción (Modelo de Gordon):**

$$P_0 = \frac{D_1}{1+r} + \frac{D_2}{(1+r)^2} + \dots + \frac{D_N + P_N}{(1+r)^N} = \sum_{t=1}^{t=N} \frac{D_t}{(1+r)^t} + \frac{P_N}{(1+r)^N}$$

e) **Fórmula General para la valoración de acciones:**



$$P_0 = \sum_{t=1}^{t=\infty} \frac{D_t}{(1+r)^t}$$

- i. Esta fórmula tiene sentido dado que las acciones de una empresa no mueren a no ser que la empresa quiebre o exista una adquisición de la misma.
- f) Valoración de Acciones con Dividendos Futuros Constantes.

- i. Utilizando la fórmula del VA de una renta perpetua:

$$P_0 = \frac{D}{r}$$

- ii. Si los dividendos crecen a una tasa g constante:

$$P_0 = \frac{D_1}{r - g}$$

2. Rentabilidad y Riesgo

a) Cartera de valores.

- i. Definición.
 1. Una cartera de valores es el conjunto de activos (acciones, bonos, letras, derivados, inmuebles, etc.) que un individuo posee en un momento dado.
 2. Cada activo representa un porcentaje del valor total de la cartera. El peso de cada activo se representa por W_i , y debe cumplir:

$$\sum_{i=1}^N W_i = 1$$

- ii. Dado que una cartera es una combinación de activos, existen muchas combinaciones posibles, y por tanto, muchas carteras.
- iii. Objetivo de los inversores: **Maximizar la Rentabilidad de su cartera y Minimizar el Riesgo.**
 1. Ante dos activos con igual rentabilidad esperada, prefieren aquel que posee un menor riesgo.
 2. Estos inversores prefieren un pago seguro al mismo pago promedio arriesgado.

$$U\left[\frac{A+B}{2}\right] > \frac{1}{2}U(A) + \frac{1}{2}U(B)$$

La utilidad de carteras conjuntas > La utilidad de carteras



individuales

b) **Cálculo de la rentabilidad esperada de un activo.**

- i. Forma normal del Cálculo de la rentabilidad:

$$\text{Rentabilidad} = \frac{P_1 - P_0}{P_0}$$

- ii. Fórmula de Aplicación:

$$E(R_i) = \frac{E(FC_{i,1}) + E(P_1) - P_0}{P_0}$$

Notaciones:

$E(R_i)$: Rentabilidad de una acción.

$E(FC_{i,1})$: Dividendos.

$E(P_1)$: Precio de mañana.

P_0 : Precio de hoy.

- iii. Dado un activo con diferentes resultados o pagos posibles, se define la **Rentabilidad Esperada** como:

$$E[R_i] = \sum_{k=1}^K p_i * E(R_i)$$

- iv. Sin embargo, los inversores desconocen la distribución de probabilidades de las rentabilidades futuras de los activos, pero los inversores si poseen los datos de las rentabilidades históricas de cada activo. Y van a usar la **Media de las rentabilidades pasadas** como la rentabilidad esperada de cada activo. De acuerdo a la siguiente fórmula:

$$E[R_i] = \mu_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T R_t$$

Notación:

μ_i : Promedio de las rentabilidades pasadas.

T: Número de datos históricos utilizados.

R_t : La rentabilidad que ofreció ese activo en el año t.

c) **Cálculo de la rentabilidad de una Cartera.**



Unión de Estudiantes de Ciencias Económicas

- i. Fórmula de Aplicación:

$$E(R_p) = w_1E(R_1) + w_2E(R_2) + \dots + w_nE(R_n) = \sum_{i=1}^N w_i E(R_i)$$

Notación: w_n es el número de acciones en porcentajes de una cartera.

- ii. Cuando utilizamos Rentabilidades Históricas de los activos individuales, entonces medimos la Rentabilidad Histórica de una Cartera:

$$R_p = w_1R_1 + w_2R_2 + \dots + w_nR_n = \sum_{i=1}^N w_i R_i$$

d) Medición del riesgo de un activo.

- i. Concepto General:

1. Vamos a expresar el riesgo de una inversión como la dispersión de las rentabilidades respecto a su rentabilidad esperada: **VARIANZA** o **DESVIACIÓN TÍPICA**.
2. Cálculo de la Varianza de las acciones:

$$\sigma^2 = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (R_t - \mu)^2$$

Notación: μ es la rentabilidad media histórica.

3. Regla General: **A mayor Varianza o Desviación Típica, mayor es el Riesgo.**

- ii. Medición del riesgo de una cartera de activos.

1. Cálculo de la varianza de una cartera con solo 2 activos:

$$\sigma^2(R_p) = w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2 + 2w_1w_2Cov(R_1, R_2)$$

Notación:

Si $Cov(R_1, R_2)$ es positivo: El riesgo de la Cartera es mayor que los Riesgos individuales.

Si $Cov(R_1, R_2)$ es negativo: El riesgo de la Cartera es menor que los Riesgos individuales.

2. Cálculo de la varianza de una cartera con N activos:



马德里卡洛斯三世大学华人学生协会
ASOCIACION DE ESTUDIANTES CHINOS DE
LA UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N w_i w_j \text{Cov}(R_i, R_j)$$
$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_j w_i \sigma_{i,j}$$

La Covarianza se calcula:

$$\text{Cov}(R_i, R_j) = \frac{1}{T} \left[\sum_{t=1}^N (R_{i,t} - \mu_i)(R_{j,t} - \mu_j) \right]$$

3. Expresión de la Varianza de una cartera usando el Coeficiente de Correlación:

$$\sigma^2(R_p) = w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2w_1 w_2 \rho_{1,2} (R_1, R_2)$$

El Coeficiente de Correlación entre dos activos:

$$\rho_{1,2} = \frac{\text{Cov}(R_1, R_2)}{\sigma_1 * \sigma_2}$$

4. Podemos observar que al agregar los activos, **se reducirá el riesgo de una cartera:**
- Si aumentamos el número de activos (N tiende a ∞), la varianza de la cartera tiende a **la covarianza media entre todos los activos de la cartera.**
 - Parte del riesgo es eliminado al agregar más títulos a la cartera.
 - Conclusión: **A mayor número de títulos que forman la cartera, el conjunto de riesgo tiende al riesgo del conjunto, eliminando los riesgos individuales.**
5. A través de la **diversificación** se elimina el riesgo individual de los activos (Riesgo específico, riesgo único o idiosincrático).
- El riesgo de una cartera bien diversificada será igual al riesgo sistemático o riesgo de mercado.

TEMA 5 Teoría de Carteras

1. Combinaciones de dos activos financieros inciertos en el contexto media-varianza.



a) En el caso de una cartera compuesta por dos activos:

i. **Rentabilidad de una Cartera:**

$$E(R_c) = \omega_1 E(R_1) + \omega_2 E(R_2) = \omega_1 E(R_1) + (1 - \omega_1) E(R_2)$$

ii. **Riesgo de una Cartera:**

$$\sigma_c^2 = \omega_1^2 \sigma_1^2 + \omega_2^2 \sigma_2^2 + 2\omega_1 \omega_2 \sigma_{12}$$

$$\sigma_c = [\omega_1^2 \sigma_1^2 + (1 - \omega_1)^2 \sigma_2^2 + 2\omega_1(1 - \omega_1) \sigma_{12}]^{\frac{1}{2}}$$

$$= [\omega_1^2 \sigma_1^2 + (1 - \omega_1)^2 \sigma_2^2 + 2\omega_1(1 - \omega_1) \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12}]^{\frac{1}{2}}$$

b) Analizamos tres casos en función de las correlaciones entre los rendimientos.

i. **Correlación Perfecta y Positiva: $\rho_{12} = +1$.**

$$\sigma_c = [\omega_1^2 \sigma_1^2 + (1 - \omega_1)^2 \sigma_2^2 + 2\omega_1(1 - \omega_1) \sigma_1 \sigma_2]^{\frac{1}{2}}$$

$$= \{[\omega_1 \sigma_1 + (1 - \omega_1) \sigma_2]^2\}^{\frac{1}{2}} \text{ aplicando } (a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

Luego, (si $0 < \omega_1 < 1$)

$$E(R_c) = \omega_1 E(R_1) + (1 - \omega_1) E(R_2)$$

$$\sigma_c = \omega_1 \sigma_1 + (1 - \omega_1) \sigma_2$$

Si $\rho_{12} = +1$, rendimiento esperado y desviación típica estándar son combinaciones lineales de los rendimientos y volatilidades de los componentes de la Cartera: Todas las posibles combinaciones de ambos activos en el espacio media-desviación estándar están situadas en una línea recta.

ii. **Correlación Perfecta y Negativa: $\rho_{12} = -1$.**

$$\sigma_c = [\omega_1^2 \sigma_1^2 + (1 - \omega_1)^2 \sigma_2^2 - 2\omega_1(1 - \omega_1) \sigma_1 \sigma_2]^{\frac{1}{2}}$$

Lo que implica,

$$\sigma_c = \{[\omega_1 \sigma_1 - (1 - \omega_1) \sigma_2]^2\}^{\frac{1}{2}} \quad \text{ó} \quad \sigma_c = \{[-\omega_1 \sigma_1 + (1 - \omega_1) \sigma_2]^2\}^{\frac{1}{2}}$$

$$\text{aplicando } (a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$$

Luego, (si $0 < \omega_1 < 1$)

$$E(R_c) = \omega_1 E(R_1) + (1 - \omega_1) E(R_2)$$

$$\sigma_c = \omega_1 \sigma_1 - (1 - \omega_1) \sigma_2 \quad \text{ó} \quad \sigma_c = -\omega_1 \sigma_1 + (1 - \omega_1) \sigma_2$$

Todas las posibles combinaciones de rendimiento esperado-volatilidad alcanzables están situadas en una línea recta que tiene dos tramos perfectamente diferenciados (dependiendo del valor de las ponderaciones). Es posible combinar los dos activos y eliminar



completamente el riesgo de la cartera.

- iii. **Correlación estrictamente entre -1 y +1:** $-1 < \rho_{12} < +1$.
 En este caso las combinaciones posibles de rendimiento esperado-volatilidad están situadas a lo largo de una hipérbola.

c) Ejercicio Resuelto.

Activos	Rendimiento Esperado	Volatilidad
1	16%	10%
2	10%	4%

- i. Correlación perfecta y positiva: $\rho_{12} = +1$

$$E(R_c) = 16\omega_1 + 10(1 - \omega_1) = 10 + 6\omega_1$$

$$\sigma_c = 10\omega_1 + 4(1 - \omega_1) = 4 + 6\omega_1; \omega_1 = \frac{\sigma_c}{6} - \frac{4}{6}$$

Así el rendimiento esperado de la cartera es:

$$E(R_c) = 10 + 6\left(\frac{\sigma_c}{6} - \frac{4}{6}\right) = 6 + \sigma_c$$

- ii. Correlación perfecta y negativa: $\rho_{12} = -1$

$$E(R_c) = 10 + 6\omega_1$$

$$\sigma_c = 10\omega_1 - 4(1 - \omega_1) \quad \text{ó} \quad \sigma_c = -10\omega_1 + 4(1 - \omega_1)$$

La cartera de varianza mínima ($\sigma_c = 0$) es $\omega_1 = 0.2857$ (se halla $\frac{\partial \sigma_c}{\partial \omega_1} = 0$), que ofrece un rendimiento esperado y una volatilidad,

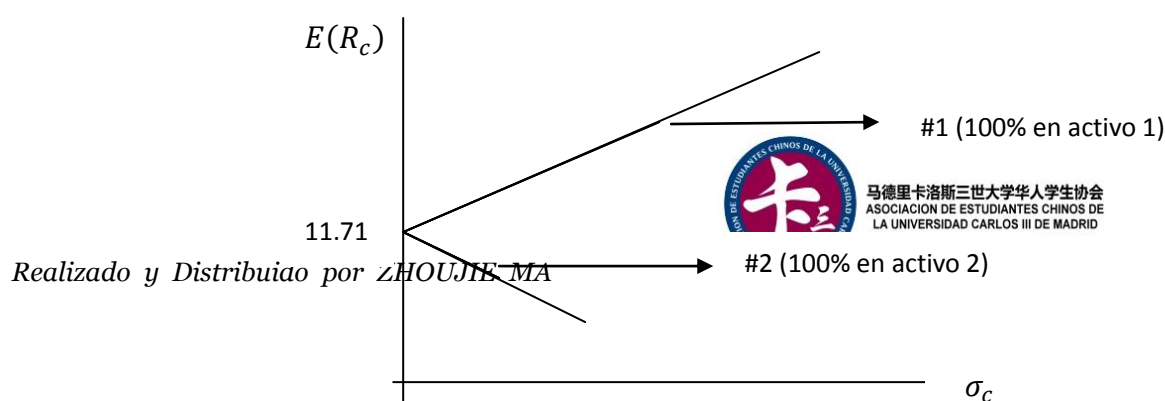
$$E(R_c) = 10 + 6(0.2857) = 11,71$$

$$\sigma_c = 10\omega_1 - 4(1 - 0.2857) = -10\omega_1 + 4(1 - 0.2857) = 0$$

Así el rendimiento esperado de la cartera es:

$$E(R_c) = 11,71 + \frac{3}{7}\sigma_c$$

$$E(R_c) = 11,71 - \frac{3}{7}\sigma_c$$



1. Modelo de Markowitz.

- a) La Teoría de Carteras estudia cómo construir carteras que maximicen la utilidad esperada del inversor.
- b) Aunque existen diferentes modelos o teorías, pero el modelo más importante históricamente en teoría de carteras ha sido el Modelo de Markowitz o Modelo Media-Varianza.
- c) El Modelo Media-Varianza es denominado así porque la elección de los activos para configurar una cartera se hace únicamente en función de :
 - i. Momento de Primer Orden: La rentabilidad esperada (Media).
 - ii. Momento de Segundo Orden: La varianza.
- d) Supuestos que hay que considerar:
 - i. Los rendimientos de los activos siguen una distribución normal.
 - ii. Los inversores están representados por una función de utilidad cuadrática.

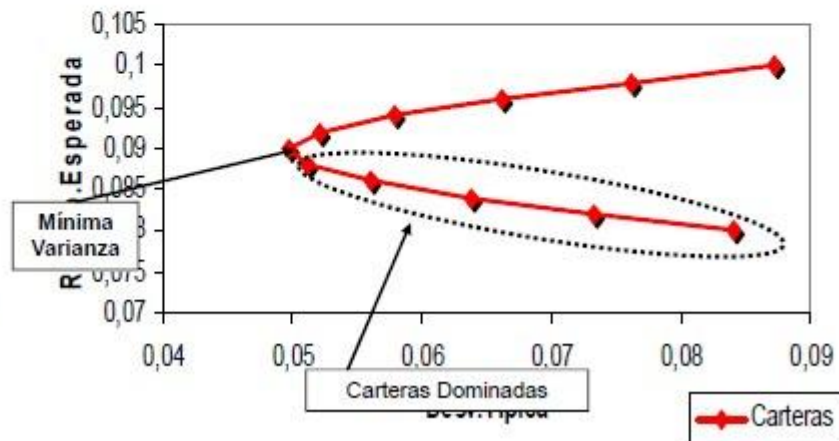
Cartera combinando activos con riesgo



Todas las carteras que podemos formar están en la línea roja. Debemos destacar algunos conceptos como:

- Cartera mínima varianza
- Conjunto de oportunidades de inversión.
- Conjunto carteras dominadas
- Frontera eficiente

Formación de Carteras con 2 activos



Carteras Eficientes: Son aquellas que permiten maximizar la rentabilidad para cada nivel de riesgo.

Frontera Eficiente: Es el conjunto de todas las carteras eficientes.

El Modelo de Markowitz analiza cómo formar una cartera óptima si:

1. Existen activos con riesgo y activo libre de riesgo.
2. Todos los agentes son aversos al riesgo.
3. Es posible tomar prestado y prestar al mismo tipo de interés.

2. El Modelo de Markowitz (II):

- a) El inversor debe elegir un porcentaje de su cartera en una cartera con riesgo (w), y el resto en activo libre de riesgo ($1-w$).
- b) Así la rentabilidad esperada y varianza de la cartera serán:

$$E(R_p) = (1 - w)r_f + wE(R_c) = r_f + wE(R_c - r_f)$$

- c) Si despejamos w de la varianza y sustituimos en $E(R_p)$:

$$w = \frac{\sigma_p}{\sigma_c}$$

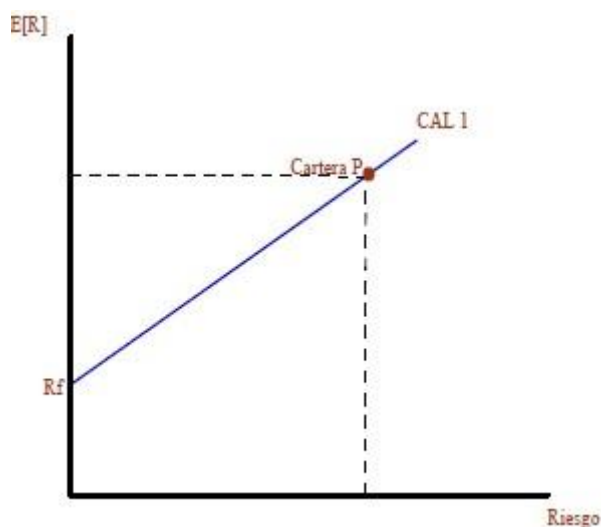
- d) Obtenemos la rentabilidad esperada de la cartera como función de su desviación típica:



马德里卡洛斯三世大学华人学生协会
ASOCIACION DE ESTUDIANTES CHINOS DE
LA UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID

$$E(R_p) = r_f + \frac{\sigma_p}{\sigma_c} E(R_c - r_f)$$

- e) Gráfica de la relación entre rentabilidad esperada y desviación típica de la cartera:

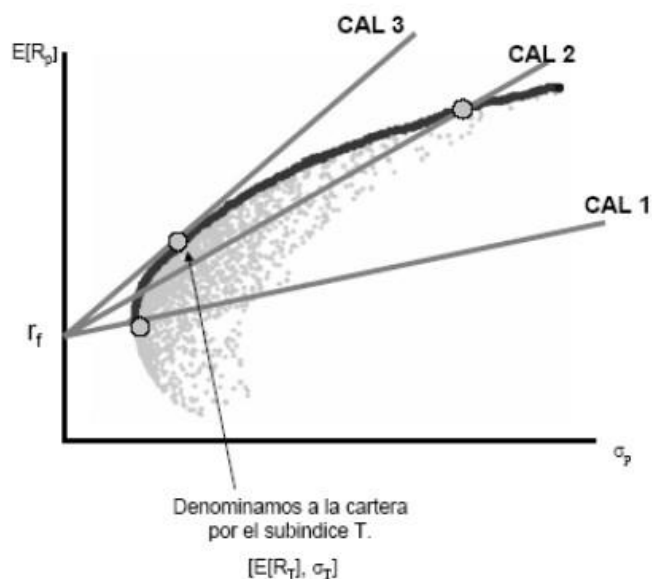


En la recta denominada CAL (Línea de asignación de activos o Capital Allocation Line) se encuentran todas las carteras que puede formar el inversor con la cartera con riesgo y con el activo libre de riesgo.

La pendiente de la recta será

$$\frac{\partial E[R_p]}{\partial \sigma_p} = \frac{E[R_c] - r_f}{\sigma_c}$$

- f) ¿Qué cartera con riesgo elegiría el inversor?
- El inversor elegiría una de las carteras de la frontera eficiente.
 - La que le permite conseguir una mayor rentabilidad-ajustada al riesgo es la CAL 3. Esto siempre ocurre donde la línea de asignación de activos (CAL) es tangente a la Frontera eficiente.



- iii. ¿Qué cartera final elegiría el inversor?
1. Teorema de Separación de Fondos: Cualquier inversor maximizará su utilidad esperada, con independencia de su comportamiento frente al riesgo, repartiendo su presupuesto únicamente entre r_f y la cartera tangente.

Tema 6 El Modelo de Valoración de activos CAPM

1. Supuestos y Origen del CAPM.

- a) El CAPM (Capital Asset Pricing Model) es desarrollado por William Sharpe (1962).
- b) Es un modelo basado en que el **mercado de capitales está en equilibrio**: Oferta=Demanda.
- c) El CAPM es un modelo que parte del modelo media-varianza de Markowitz.
- d) Supuestos para poder desarrollarlo:

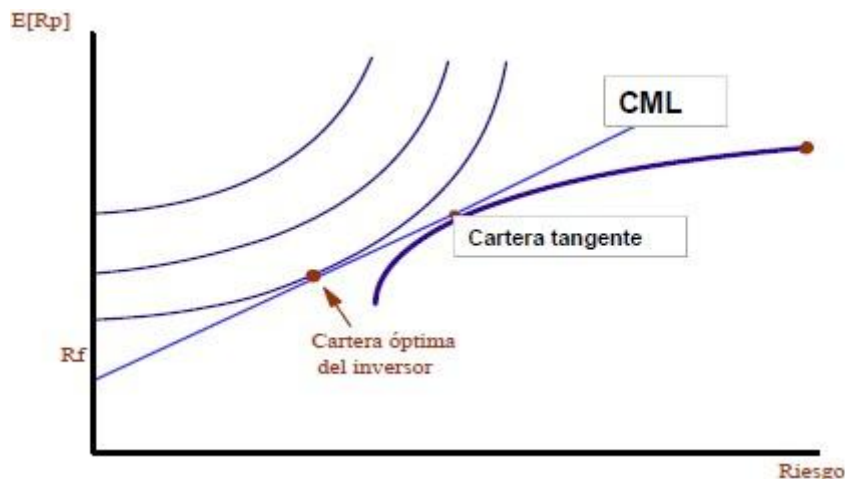


马德里卡洛斯三世大学华人学生协会
ASOCIACION DE ESTUDIANTES CHINOS DE
LA UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID

Unión de Estudiantes de Ciencias Económicas

- i. Es un **modelo estático**, ya que los agentes solo miran al próximo período.
- ii. **Mercado perfectamente competitivo**. Existe una gran cantidad de inversores (cada uno con una función de utilidad y una dotación de riqueza inicial). Además, los inversores son precio-aceptantes.
- iii. La oferta de los activos financieros con riesgo está dada **exógenamente**, y estos son **perfectamente divisibles**.
- iv. El tipo de interés al que se remunerarán los fondos es igual que el que se paga por disponer de capitales ajenos.
- v. **No existen costes de transacción, ni impuestos**.
- vi. Todos los inversores optimizadores en sentido Markowitz (solo les interesa la media-varianza).
- vii. Todo inversor posee **igual información e igual datos**, y por tanto, sus expectativas de rentabilidad y riesgo para cada activo son idénticas.

2. La línea del Mercado de Capitales (CML).



- a) Dado que todos los inversores poseen igual información y siguen el modelo Media-Varianza, todos los inversores mantienen como cartera con riesgo la cartera tangente (T).
- b) La diferencia entre inversores está en la proporción de su cartera que invierten en esa cartera tangente y en el activo libre de riesgo.
- c) **La Cartera de Mercado coincide con la Cartera Tangente.**
- d) Definición de la Cartera de Mercado:
 - i. **Aquella cartera compuesta por todos los activos con riesgo de la economía.**



马德里卡洛斯三世大学华人学生协会
ASOCIACION DE ESTUDIANTES CHINOS DE
LA UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID

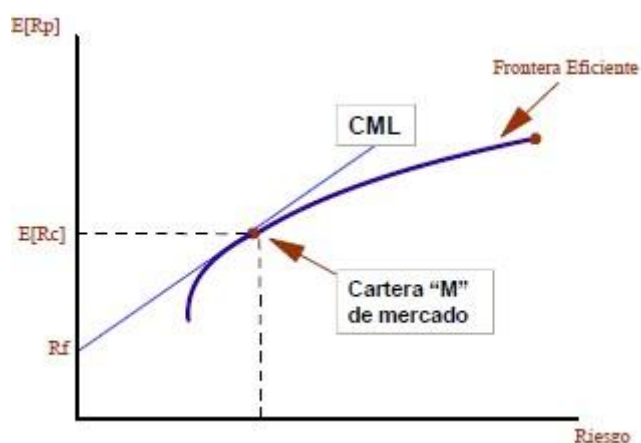
Unión de Estudiantes de Ciencias Económicas

- ii. Si agregamos todas las carteras con riesgo de todos los agentes de la economía, esta es la cartera de mercado (Cartera "M").
- iii. La proporción de un activo "j" en la cartera de mercado será igual al valor total de ese activo "j" en la economía partido del valor total de todos los activos con riesgo de la economía.

$$w_j = \frac{\text{Valor del activo "j"}}{\text{Valor de toda la cartera de mercado}} = \frac{n_j P_j^*}{\sum_{i=1}^N n_i P_i^*}$$

Siendo P_j^* precio de equilibrio, tal que la Oferta=Demanda.

- iv. Dado que todos los agentes mantienen como activo con riesgo la cartera tangente (obtenida del modelo media-varianza) y que el CAPM es un modelo en equilibrio (Exceso de Oferta=0), entonces, necesariamente el **peso de un activo en la cartera tangente ser á igual al peso de ese activo en la cartera de mercado.**



- v. Así podemos sustituir la cartera tangente por la cartera de mercado en el gráfico utilizado en el modelo media-varianza.
3. La línea del mercado de títulos.
- a) En el CAPM dado que todos los agentes poseen carteras bien diversificadas, van a exigir una prima en función del **riesgo sistemático de cada activo**, y no del riesgo específico.
 - b) Como el riesgo sistemático se iba a medir por la **beta**, entonces, **la rentabilidad exigida será función de la Beta.**
 - c) La ecuación fundamental del CAPM nos dice que la prima de riesgo de un



Unión de Estudiantes de Ciencias Económicas

activo individual ser áfunci ón de:

- i. La Prima de riesgo esperada del mercado.
 - ii. El riesgo sistem ático de ese activo (su Beta).
- d) Por tanto:

$$E[r_i] = r_f + \beta_i(E[r_M] - r_f)$$

$$E[R_i] = \beta_i(E[r_M] - r_f)$$

- e) Vamos a representar en may úsculas las primas de riesgo, as í

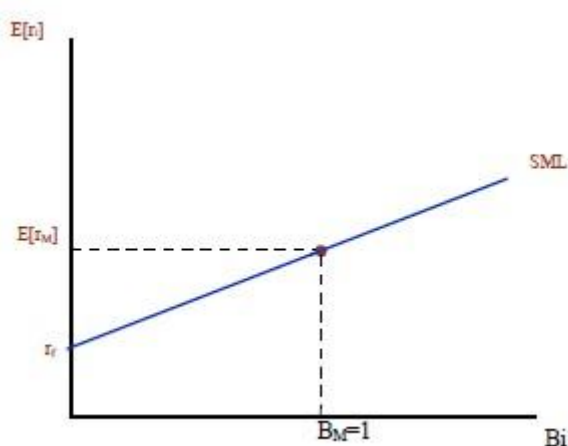
$$r_M - r_f = R_M (\text{Prima de riesgo del mercado})$$

$$r_i - r_f = R_i (\text{Prima de riesgo del activo } i)$$

- f) Expresi ón de la Beta:

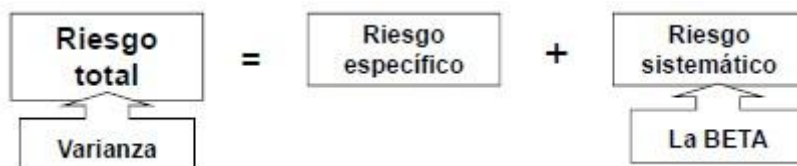
$$\beta_i = \frac{\sigma_{i,M}}{\sigma_M^2}$$

- g) Representaci ón Gr áfica de SML:



A la recta que representa la relaci ón entre rentabilidad esperada de todos los activos en funci ón de su riesgo sistem ático se le conoce como **L ínea del Mercado de activos (SML)**. El Pendiente de SML es la **prima del mercado**.

4. La Beta.



- a) La Beta nos mide **la contribuci3n de un activo al riesgo de una cartera bien diversificada o a la cartera de mercado**.
- b) La Beta nos indica la sensibilidad de la rentabilidad en exceso de un activo



马德里卡洛斯三世大学华人学生协会
ASOCIACION DE ESTUDIANTES CHINOS DE
LA UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID

Unión de Estudiantes de Ciencias Económicas

individual “i” ante movimientos de la rentabilidad del mercado.

c) Fórmula de Cálculo de la Beta:

$$\beta = \frac{Cov(r_i, r_m)}{\sigma_{r_m}^2}$$

d) Podemos distinguir entre diferentes tipos de acciones por su beta:

- i. Beta < 1: Acción Defensiva.
- ii. Beta = 1: Acción Neutra.
- iii. Beta > 1: Acción Agresiva.

e) La Beta de una Cartera:

- i. Dado que la beta mide el riesgo no diversificable, la beta de una cartera es simplemente la **suma betas** de cada activo ponderadas por el peso de cada activo en la cartera.
- ii. Con 2 activos:

$$\beta_p = w_1\beta_1 + w_2\beta_2$$

iii. Con N activos:

$$\beta_p = \sum_{i=1}^N w_i\beta_i$$

