1.1
略
1.2
不会被重复剔除严格劣战略剔除的战略是：**T, M, L, R**；
纯战略纳什均衡是**(T, R)**和**(M, L)**。
1.3

设此博弈的纯战略纳什均衡是（s_1^*，s_2^*）。

对于参与人 **1** 来说，$s_1^* = \max\{\max_{0\le s_1\le 1-s_2^*} s_1, \max_{1-s_2^*<s_1\le 1} s_1\} = \max\{1-s_2^*, 0\} = 1-s_2^*$ ；

同理，$s_2^* = 1-s_1^*$。

也即，此博弈的纯战略纳什均衡为（s_1^*，s_2^*），且满足$s_1^*+s_2^*=1$，$0\le s_1^*, s_2^*\le 1$。

1.4
对于第 **i** 个厂商，其目标为最大化自己的利润，即：

$\max p_i = \max_{q_i\ge 0}(p-c)q_i = \max_{q_i\ge 0}(a-q_i-q_{-i}^*-c)q_i$；

由一阶条件$\partial p_i/\partial q_i = 0$，可得：$q_i^* = (a-q_{-i}^*-c)/2$**……（1）**

（1）式两端乘以 **2**，再减q_i^*，可得：$q_i^* = a-Q^*-c$**……（2）**，对于任意的 **i** 都成立。

所以所有的q_i^*都相等。由此，将$Q^* = \sum_i q_i^* = nq_i^*$代入（**2**）式，可得：

$q_i^* = (a-c)/(n+1)$，$Q^* = n(a-c)/(n+1)$，$p^* = (a+nc)/(n+1)$。

当 **n** 趋近于无穷时，p^*趋近于边际成本 **c**，市场趋近于完全竞争市场。

1.5

双方都生产$q_m/2$时，每一方的利润都为$p_1 = (a-c)^2/8$；一方生产$q_m/2$，另一方生产q_c时，生产$q_m/2$的一方的利润为$p_2 = 5(a-c)^2/48$，生产q_c的一方的利润为$p_3 = 5(a-c)^2/36$；双方都生产q_c时，每一方的利润都为$p_4 = (a-c)^2/9$。以标准式表示为：

	$q_m/2$	**q_c**
$q_m/2$	p_1, p_1	p_2, p_3
q_c	p_3, p_2	p_4, p_4

因为$p_1 < p_3$，$p_2 < p_4$，所以每一方都有一个严格劣战略，即 **$q_m/2$**，从而最后的均衡为

(q_c,q_c)。因为$p_1>p_4$，所以均衡状态时，每一企业的福利都要比他们相互合作时下降。

至于 q’，不妨令$q'=(a-c)/2$，则同理可得如下标准式：

	$q_m/2$	q_c	q'
$q_m/2$	p_1,p_1	p_2,p_3	p_5,p_1
q_c	p_3,p_2	p_4,p_4	p_6,p_7
q'	p_1,p_5	p_7,p_6	p_8,p_8

其中，$p_5=(a-c)^2/16$，$p_6=(a-c)^2/18$，$p_7=(a-c)^2/12$，$p_8=0$。此博弈符合题目要求，即(q_c,q_c)是唯一的纳什均衡，并且在纳什均衡下，每一企业的福利都要比他们相互合作时低，但两个企业都没有严格劣战略。

1.6

当$0<c_1,c_2<a/2$时，易求均衡产量$q_1^*=(a+c_2-2c_1)/3$，$q_2^*=(a+c_1-2c_2)/3$。而当$c_1<c_2<a$且$2c_2>a+c_1$时，纳什均衡解为角点解，即$q_1^*=(a-c_1)/2$，$q_2^*=0$。此题目说明：当厂商的生产成本有较大差异时，具有成本优势的厂商将垄断整个市场，而处于成本劣势的厂商将退出市场。

1.7

简单证明(c,c)为唯一的纳什均衡。

首先，给定对方定价 c，己方定价 c 时，利润为 0。而己方定价高于 c 时，利润为 0，低于 c 时，利润为负。所以给定对方定价 c，己方定价 c 是最优反应，这对于双方都成立，也即(c,c)是纳什均衡。

其次，由于不存在固定成本，所以市场中企业的定价不可能低于 c。而双方定价都高于 c 时，每一方理论上都倾向于定价低于对方但无限接近对方，从而占据整个市场，从而此时没有稳定的均衡；而一方定价高于 c、另一方定价为 c 同样不够成稳定均衡，因为定价为 c 的企业更倾向于定价高于 c 但低于另一方的定价。由此，可以证明纳什均衡(c,c)的唯一性。

1.8

如果有两个候选人，唯一的纯战略纳什均衡为$x_1^*=x_2^*=0.5$，即两候选人集聚于中点，平分全部选票。下面简单证明：无论两候选人都在中点右侧，都在中点左侧，还是分居中点两侧，每一候选人都倾向于比另一候选人更接近中点以获得超过半数的选票，所以没有稳定的均衡；都在中点时，每个人都有 1/2 的胜出概率，而偏离必定输掉选举，所以没有人会偏离中点。由此得证上述均衡为唯一的纯战略纳什均衡。

如果有三个候选人，可以用类似于上面的方法证明不存在纯战略纳什均衡：无论三个候选人的相对位置如何，都不会形成稳定的均衡。所以题目要求的是混合纳什均衡。具体方法请参见 **Hotelling, H. (1929) “Stability in Competition”, *Economic Journal* 39: 41-57.**

1.9

略

1.10

按照求解混合战略纳什均衡的方法去解这些博弈，发现不存在混合战略纳什均衡，也就证明了。过程略。

1.11

首先重复剔除严格劣战略，可得下面的博弈：

	L	R
T	2，0	4，2
M	3，4	2，3

针对上面的博弈，设参与人 1 的战略为（**p,1-p**），参与人 2 的战略为（**q,1-q**）。

则对于 **1** 来说，$2q^*+4(1-q^*)=3q^*+2(1-q^*)$，得：$q^*=2/3$；

对于 **2** 来说，$4(1-p^*)=2p^*+3(1-p^*)$，得 $p^*=1/3$。

则原博弈的混合战略纳什均衡为：**{ (1/3, 2/3, 0), (2/3, 0, 1/3) }**。

1.12

按照 **1.11** 的解法，可得混合战略纳什均衡为：**{ (2/3, 1/3), (3/4, 1/4) }**。过程略。

1.13

此博弈有两个纯战略纳什均衡、一个混合战略纳什均衡。

纯战略纳什均衡为：（向企业 **1** 申请，向企业 **2** 申请）；（向企业 **2** 申请，向企业 **1** 申请）。

混合战略纳什均衡为：

$$\left\{\left((2w_1-w_2)/(w_1+w_2),(2w_2-w_1)/(w_1+w_2)\right),\left((2w_1-w_2)/(w_1+w_2),(2w_2-w_1)/(w_1+w_2)\right)\right\}$$

1.14

证明：在混合战略纳什均衡中，参与人 **i** 的混合战略为 p_i^*，其中选择第 **j** 个纯战略 s_{ij} 的概率为 p_{ij}^*。用反证法证明。

假设 $p_{ij}^*>0$，且 s_{ij} 是第一个被重复剔除劣战略所剔除的战略。那么参与人 **i** 必定存在另一个纯战略 S_{ik}，使得 $u_i(s_{ij},p_{-i})<u_i(s_{ik},p_{-i})$，$p_{-i}$ 是其他参与人任意的战略组合。因为 s_{ij} 第一个被剔除，那么 $u_i(s_{ij},p_{-i}^*)<u_i(s_{ik},p_{-i}^*)$ 必然成立。

构建参与人 **i** 的另一个混合战略 p_i'，其中 $p_{ij}'=0$，$p_{ik}'=p_{ik}^*+p_{ij}^*$，其他纯战略的选择概率不变。因为 $u_i(s_{ij},p_{-i}^*)<u_i(s_{ik},p_{-i}^*)$，所以 $u_i(p_i^*,p_{-i}^*)<u_i(p_i',p_{-i}^*)$，而这与 (p_i^*,p_{-i}^*) 为混合战略纳什均衡矛盾，假设不成立，原命题得证。

ebwf@163.com

2.1

采用逆向归纳法，先最大化家长的收益：给定孩子的行动 **A**，来选择自己的行动 **B,**

$$\underset{B}{Max}V(I_p-B)+k(I_c+B)$$

一阶条件： $V^{'}(I_p-B)=k$， $\Rightarrow B^*=I_p(A)-V^{'-1}(k)$

接着最大化孩子的收益，给定家长的反应函数 B^*，来选 **A**：

$$\underset{A}{Max}U(I_c(A)+I_p(A)-V^{'-1}(k))$$

一阶条件： $U^{'}(I_c+B^*)[I_c^{'}(A)+I_p^{'}(A)]=0$

由于 **U** 是递增又严格凹的，$U^{'}(I_c+B^*)\neq 0$

这与孩子的选择可是全家的收入最大化的一阶条件相同： $I_c^{'}(A)+I_p^{'}(A)=0$

2.2

采用逆向归纳法，先最大化家长的收益：给定的孩子的行动 **S**，来选择自己的行动 **B,**

$$\underset{B}{Max}V(I_p-B)+k[U_1(I_c-S)+U_2(S+B)]$$

一阶条件： $V^{'}(I_p-B)=kU_2^{'}(S+B)$，

反应函数满足： $-1<dB^*/dS=kU_2^{''}/(-kU_2^{''}-V^{''})<0$ 即，孩子储蓄减少，家长给予更高的赠与。

接着最大化孩子的收益：给定反应函数 B^*，来选 **S**：

$$\underset{S}{Max}U_1(I_c-S)+U_2(S+B^*)$$

一阶条件： $U_1^{'}(I_c-S)=U_2^{'}(S+B^*)(1+dB^*/dS)$，由此可得：

$$0<U_1^{'}(I_c-S)/U_2^{'}(S+B^*)=(1+dB^*/dS)<1 \qquad (*)$$

因此当增加 **S** 时， $U_1(I_c-S)$ 会减小，同时，$\because d(S+B)/dS>0$，$\therefore S+B$ 会增加，$\therefore U_2(S+B)$ 会增加，因为（*）式，$U_2(S+B)$ 增加的幅度比 $U_1(I_1-S)$ 减小的幅度大，所以孩子的收益效用增大了，同时家长的收益效用也增大了。

2.3

根据**Shaked**和**Sutton**的研究发现，我们可以把无限博弈截开（见**Gibbons**教材**55**页），首先分析前三阶段：

假设在第三阶段参与人**1**提出**S**，参与人**2**接受**1-S**，则解决方案为（**S**，**1-S**）。

则在第二阶段**2**提出不少于 d_1S 给参与人**1**，**1**就会接受，解决方案 $(d_1S,1-d_1S)$。

则在第一阶段参与人**1**提出不少于 $d_2(1-d_1S)$ 给参与人**2**，**2**就会接受，

解决方案为（$1-d_2(1-d_1S)$，$d_2(1-d_1S)$）

推广到无限期，从第一阶段开始的博弈和从第三阶段的博弈是一样的，

所以解：$1-d_2(1-d_1S)$=**S** 得出 $S=(1-d_2)/(1-d_1d_2)$

解决方案：$\left((1-d_2)/(1-d_1d_2),d_2(1-d_2)/(1-d_1d_2)\right)$

2.4，2.5略

2.6

采用逆向归纳法：

（1）在第二阶段企业2和企业3决策：

$$\underset{q_2\ge 0}{Max}\, p_2 = \underset{q_2\ge 0}{Max}\left[(a-q_1-q_2-q_3)q_2 - cq_2\right]$$

$$\underset{q_3\ge 0}{Max}\, p_3 = \underset{q_3\ge 0}{Max}\left[(a-q_1-q_2-q_3)q_3 - cq_3\right]$$

得反应函数 $\begin{cases} q_2 = \dfrac{a-c-q_1}{3} \\ q_3 = \dfrac{a-c-q_1}{3} \end{cases}$

（2）第一阶段企业1的决策：

$$Max\left[(a-q_1-q_2-q_3)q_1 - cq_1\right]$$

$\Rightarrow \dfrac{\partial p_1}{\partial q_1} = 0 \Rightarrow$ 将 $q_2 = q_3 = \dfrac{a-c-q_1}{3}$ 代入得

$$q_1 = \frac{a-c}{2}$$

$$\therefore q_2 = q_3 = \frac{a-c}{6}$$

2.7

采用逆向归纳法

（1）第一阶段，企业最大化其收益：

$$p_i = L_i\left(a - \sum_1^n L_j - w\right)$$

$$\frac{\partial p_i}{\partial L_i} = a - \sum_1^n L_j - w - L_i = -2L_i + a - w - \sum_{j\ne i} L_j = 0$$

$$\therefore L_i = \frac{1}{2}\left(a - w - \sum_{j\ne i} L_j\right)$$

$$\because L_1 = \cdots = L_n$$

$$\therefore L_i = \frac{a-w}{n+1}$$

$$\therefore L = \frac{n(a-w)}{n+1}$$

（2）第二阶段，工会最大化其收益

$$\underset{w}{Max}(w-wa)L \Rightarrow (w-wa)\frac{n(a-w)}{n+1} \Rightarrow w^* = \frac{a+wa}{2}$$

所以企业数量不影响工会效用。

2.8，2.9略

2.10

思路：逐个分析上述的四种情形：

第一种情形，第一阶段选择Qi，第二阶段选择Pi，即双方均采取合作的策略，得益均为6；

第二种情形和第三种情形下，实际上有一方是采取了不合作，其得益为x，另一方即利益受损方得益为2；
第四种情形实际上是双方都不采取合作的策略，而根据题目要求，对于x，下述战略是一个子博弈精炼纳什均衡，所以x必须小于双方均合作时的收益6，否则第一种情形不会出现，因为既然x>6了，双方均会选择不合作而使情形一不会出现。
由题目先前给定的条件x<4，综合之得x的取值为（4,6)。（可参见教材68页的分析）

2.11
能够。战略组合为：在第一阶段选择(B,R)，若第一阶段的结果是(B,R)，则第二阶段选择(T,L)；若第一阶段的结果不是(B,R)，则第二阶段选择(M,C)。
证明为子博弈完美均衡SPE：显然第二阶段的策略组合是NE，第一阶段若1偏离，不选择B而选择T，则会增加1单位收益，但在第二阶段会减少2单位收益，所以1不会偏离，若1在第一阶段选择B，则2会选择R，所以(B,R)会成为第一阶段的SPE。

2.12
略

2.13
使用触发战略，双方都采取垄断价格为：$p_i=(a+c)/2$（最大化利润$(a-p_i)(p_i-c)$得出），只要任何一方违背时，以后就转向阶段博弈的价格$p_i=c$。
如一直使用垄断价格，则每个企业收益每期都一样为，$p_i=(a-c)^2/8$
如在t期某企业违背了战略，t+1期开始双方的收益相同都为0，在t期它的最大收益为$(a-c)^2/4$（考虑此企业只是把价格边际上减少一点点，所有的利润都归它），如不违背则把以后无限期的收益贴现到t期可得$\frac{1}{1-d}(a-c)^2/8$，
触发战略有效的条件是：$\frac{1}{1-d}(a-c)^2/8>(a-c)^2/4$，得到：$d>1/2$
（可参见谢识予的《经济博弈论》习题解答)。

2.14
略

2.15
（1）垄断的产量、价格、利润：
π=Q(a-Q)-CQ
利润最大化时：a-2Q=C，从而 Q=(a-c)/2.
此时价格为(a-c)/2。
（2）古诺均衡下的产量、价格、利润：
π=(a-Σq_i) q_i -cq_i

$$\frac{\partial p_i}{\partial q_i}=a-\sum q_i-q_i-c=0$$

$$\Rightarrow q_i=\frac{a-c}{n+1}(i=1,2,3\cdots n)$$

价格为 $P = a - \frac{n(a-c)}{n+1} = \frac{nc+a}{n+1}$.

利润为 $p_i = \frac{nc+a}{n+1} \cdot \frac{a-c}{n+1} - c \cdot \frac{a-c}{n+1} = \left(\frac{a-c}{n+1}\right)^2$

企业违背垄断产量时的各期利润：

$$p_i = \left(a - \frac{n-1}{2n}(a-c) - q_i\right)q_i - cq_i$$

$$\frac{\partial p_i}{\partial q_i} = a - \frac{(n-1)(a-c)}{2n} - q_i - q_j - c = 0$$

$$\Rightarrow q_i = \frac{n+1}{4n}(a-c), p = \frac{(n+1)a+(3n-1)c}{4n}$$

利润为 $\frac{(n+1)^2}{16n^2}(a-c)^2$

要使企业不违背产量，须满足：

$$\frac{(n+1)^2}{16n^2} + d\,\frac{(a-c)^2}{(n+1)^2} + \cdots \le \frac{(a-c)^2}{4n^2} + d\,\frac{(a-c)^2}{4n} + \cdots$$

解之得：

$$d \ge \frac{(n+1)^2 - 4n(n+1)^2}{(n+1) - 16n^2}$$ **(0< δ <1)**

待续>>>>>>

3.1

略

3.2

在市场需求为高时，企业 1 的最优策略为：

$\max(a_H - q_{1H} - q_2 - c)\times q_{1H}$ ----------------------- (1)

推出 $q_{1H} = \dfrac{a_H - q_2 - c}{2}$ ------------------------------ (2)

在市场需求为低时，企业 1 的最优策略为：

$\max(a_L - q_{1L} - q_2 - c)\times q_{1L}$ ----------------------------- (3)

推出 $q_{1L} = \dfrac{a_L - q_2 - c}{2}$ ------------------------------- (4)

企业 2 的最优策略为：

$\max\{q(a_H - q_{1H} - q_2 - c)\times q_2 + (1-q)(a_L - q_{1L} - q_2 - c)\times q_2\}$ ---------- (5)

由一阶条件的得：

$q_2{*} = \dfrac{q(a_H - q_{1H}) + (1-q)(a_L - q_{1L}) - c}{2}$ -- (6)

(6) 与 (2)，(4) 联立：

$$q_{1H}{*} = \frac{(3-q)a_H - (1-q)a_L - 2c}{6}$$

$$q_{1L}{*} = \frac{(2+q)a_L - q a_H - 2c}{6}$$

$$q_2{*} = \frac{q a_H + (1-q)a_L - c}{3}$$

结论：企业 1 战略 $(q_{1H}{*}, q_{1L}{*})$，企业 2 战略 $q_2{*}$ 为贝叶斯纳什均衡。

3.3

行动空间：[0，a)

类型：$\{b_H, b_L\}$

推断：$P(b_H/b_L) = q, P(b_L/b_L) = 1-q$

$P(b_H/b_H) = q, P(b_L/b_H) = 1-q$

效用函数： 企业 i

$\max\{q(p_i - c)(a - p_i - b_H p_{jH}) + (1-q)(p_i - c)(a - p_i - b_H p_{jL})$

$\max\{q(p_i - c)(a - p_i - b_L p_{jH}) + (1-q)(p_i - c)(a - p_i - b_L p_{jL})$

企业 j

$\max\{q(p_j - c)(a - p_j - b_H p_{iH}) + (1-q)(p_j - c)(a - p_j - b_H p_{iL})$

$\max\{q(p_j - c)(a - p_j - b_L p_{iH}) + (1-q)(p_j - c)(a - p_j - b_L p_{iL})$

求解一阶条件

得 $p_{jH}*=p_{iH}*=\frac{a}{2}\times\frac{2+(1-q)(b_L-b_H)}{2+qb_H+(1-q)b_L}$

3.4

（1） （B，L）

（2） 参与者 1 在左边博弈时选 T，右边博弈时选 B；

如果参与者推断自然选择左边博弈的概率>2/3，参与者 2 选 L

如果参与者推断自然选择左边博弈的概率=2/3，参与者 2 选 L 和选 R 无差异

如果参与者推断自然选择左边博弈的概率<2/3，参与者 2 选 R

（3） 参与者 1 以相等的概率选 T 或选 B；

如果参与者推断自然选择左边博弈的概率>2/3，参与者 2 选 L

如果参与者推断自然选择左边博弈的概率=2/3，参与者 2 选 L 和选 R 无差异

如果参与者推断自然选择左边博弈的概率<2/3，参与者 2 选 R

（4） 自然选择左边博弈时，参与者 1 选 T，参与者 2 选 L；

自然选择右边博弈时，参与者 1 选 B，参与者 2 选 R；

3.5

假设参与者 1 的私人信息为 t_c，参与者 2 的私人信息为 t_p。$t_c,t_p\in(0,x)$

	正面	反面
正面	1+t_c, -1	-1, 1+t_p
反面	-1, 1	1, -1

当 $t_c>c$ 时，参与者 1 选正面；当 $t_p>p$ 时，参与者 2 选择反面

因此，参与者 1 选择正面的概率为 $\frac{x-c}{x}$，选背面的概率为 $\frac{c}{x}$；

参与者 2 选择正面的概率为 $\frac{p}{x}$，选背面的概率为 $\frac{x-p}{x}$。

对于参与者 1，若选正面的收益大于选择反面，则：

$(1+t_c)\times\frac{x-p}{x}-\frac{p}{x}>(-1)\times\frac{x-p}{x}+\frac{p}{x}$ =〉 $t_c>\frac{2p}{x-p}-2=c$ -------------------(1)

对于参与者 2，若选反面的收益大于选择正面，则：

$(1+t_p)\times\frac{x-c}{x}-\frac{c}{x}>(-1)\times\frac{x-c}{x}+\frac{c}{x}$ =〉 $t_p>\frac{2c}{x-c}-2=p$ ---------------------(2)

(1) 与（2）联立，

$c=p$ 带入（1）

$2c-2x+2c=cx-c^2$

$c^2+(4-x)c-2x=0$

$c=\dfrac{-4+x+\sqrt{16+x^2}}{2}$

$\dfrac{x-c}{x}=\dfrac{2x+4-x-\sqrt{16+x^2}}{2x}=\dfrac{1}{2}+\dfrac{4-\sqrt{16+x^2}}{2x}$

其中，$\dfrac{4-\sqrt{16+x^2}}{2x}=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{\dfrac{4+\sqrt{16+x^2}}{x}}=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{\dfrac{4}{x}+\sqrt{\dfrac{16}{x^2}+1}}$

$x\to 0,\dfrac{4}{x}+\sqrt{\dfrac{16}{x^2}+1}\to\infty,\dfrac{4-\sqrt{16+x^2}}{2x}\to 0$

$\therefore\dfrac{x-c}{x}\to\dfrac{1}{2}$

$\because p=c,\therefore x\to 0,\dfrac{x-p}{x}\to\dfrac{1}{2}$

3.6

由于 Game 中各方地位对称，取第 i 个人进行分析

假设其他所有人的策略都是$b_j=\dfrac{v_j(n-1)}{n},\forall j\neq i$

则对于第 i 个人，效用最大化:

$\max\{(v_i-b_i)\times\Pr(b_i>b_1)\times\ldots\times\Pr(b_i>b_{i-1})\times\Pr(bi>b_{i+1})\ldots\times\Pr(bi>b_n)\}$

$\forall j\neq i,b_i>b_j=\dfrac{n}{n-1}v_j\Rightarrow v_j<\dfrac{b_i(n-1)}{n}$

$\because v_j$服从[0,1]上的均匀分布

$\therefore\Pr(b_i>b_j)=\dfrac{b_i(n-1)}{n}$

$\max\{(v_i-b_i)\times\Pr(b_i>b_1)\times\ldots\times\Pr(b_i>b_{i-1})\times\Pr(bi>b_{i+1})\ldots\times\Pr(bi>b_n)\}$

$=\max\{(v_i-b_i)\times[\dfrac{b_i(n-1)}{n}]^{n-1}\}$

一阶条件: $(v_in-b_in-v_i)\times b_i^{n-2}\times[\dfrac{(n-1)}{n}]^{n-1}=0$

二阶条件：$[\dfrac{(n-1)}{n}]^{n-1}[-b_i^{n-2}+(v_in-b_in-v_i)\times(n-2)\times b_i^{n-3}<0$

解得：$b_i*=\dfrac{v_i(n-1)}{n}$

由于每个人的地位都是相同的，在其他人都选择$b_i*=\dfrac{v_i(n-1)}{n}$，

每个人都不愿离开该策略

因此，每个人都选择该策略时，达到贝叶斯纳什均衡策略

4.1.a 标准式

1↖2	L’	R’
L	4，1	0，0
M	3，0	0，1
R	2，2	2，2

纯战略纳什均衡：(L, L’) (R, R’)
子博弈精炼纳什均衡：(L, L’) (R, R’)
精炼贝叶斯纳什均衡：(L, L’)

4.1.b 标准式

1↖2	L’	M’	R’
L	1, 3	1, 2	4, 0
M	4, 0	0, 2	3, 3
R	2, 4	2, 4	2, 4

纯战略纳什均衡：(R, M’)
子博弈精炼纳什均衡：(R, M’)
精炼贝叶斯均衡：没有

4.2
标准式

1↖2	L’	R’
R	2，2	2，2
L	3，0	0，1
M	0，1	3，0

六种纯战略组合，每种组合中都至少有一方存在偏离的动机，因此不存在纯战略纳什均衡，因此也就不存在纯战略精炼贝叶斯均衡。
求混合战略精炼贝叶斯均衡：
设参与者 1 选择 L、M、R 的概率分别为 $p_{1,} p_{2,} (1-p_1-p_2)$
参与者 2 选择 L’和 R’的概率分别为 $q, (1-q)$
在给定参与者 1 的战略下，参与者 2 选择 L’和 R’的收益无差异，则：

$$0*p_1+1*p_2=1*p_1+0*p_2$$

$$\Rightarrow p_1=p_2$$

给定参与者 2 的战略，参与者 1 选择 L、M、R 的收益无差异，则：

$$p_1[3*q+0*(1-q)]=p_2[0*q+3*(1-q)]=2*(1-p_1-p_2)$$

又 $p_1=p_2$

联立得: $p_1*=p_2*=\dfrac{4}{11}, q*=\dfrac{1}{2}$

所以

4.3 答案（见 4.5）

4.4

表示方法

第一个括号，逗号左边为 type 1 发送者信号，逗号右边为 type 1 发送者信号；

第二个括号，逗号左边为接收到 L 信号的反应，逗号右边为接收到 R 信号的反应；

P 为信号接收者对 type 1 发送 L 的推断，q 为信号接收者对 type 1 发送 R 的推断

（a）

$[(R,R),(u,u),p>1/2]$

$[(R,R),(d,u),p<1/2]$

$[(R,R),(a\,d+(1-a)u,u),p=1/2]$

$[(L,R),(u,d),p=1,q=0]$

（b）

$[(L,L),(u,u),p=1/2,q<2/3]$

$[(L,R),(d,u),p=1,q=0]$

$[(R,L),(u,d),p=0,q=1]$

中文版习题 **4.5** 答案

（a）

$[(R,R),(u,d),p>1/3,q=1/2]$

（b）

$[(L,L,L),(u,u),p_1=p_2=1/3,q_1+q_2<1/2]$

$[(L,L,R),(u,d),p_1=p_2=1/2,q_1+q_2=0]$

E-mail:beckham.23@2911.net